САНКТ-ПЕТЕРГБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Курсовая работа по дискретной математике

*«Синтез комбинационных схем»*

Вариант 22

Работу выполнил:

Романов Артём

P3110

Проверил:

Санкт-Петербург

2020 г.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ Вар.** | **Условие, при которых f = 1** | **Условие, при которых f = d** |
| **22** |  |  |

# **Составление таблицы истинности**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **x1x2x3x4x5** | **x2x3** | **x2x3(10)** | **x1x4x5** | **x1x4x5(10)** | **–** | **f** |
| 1 | **00000** | **00** | **0** | **000** | **0** | **0** | **1** |
| 2 | **00001** | **00** | **0** | **001** | **1** | **-1** | **1** |
| 3 | **00010** | **00** | **0** | **010** | **2** | **-2** | **1** |
| 4 | **00011** | **00** | **0** | **011** | **3** | **-3** | **1** |
| 5 | **00100** | **01** | **1** | **000** | **0** | **1** | **0** |
| 6 | **00101** | **01** | **1** | **001** | **1** | **0** | **1** |
| 7 | **00110** | **01** | **1** | **010** | **2** | **-1** | **1** |
| 8 | **00111** | **01** | **1** | **011** | **3** | **-2** | **1** |
| 9 | **01000** | **10** | **2** | **000** | **0** | **2** | **0** |
| 10 | **01001** | **10** | **2** | **001** | **1** | **1** | **0** |
| 11 | **01010** | **10** | **2** | **010** | **2** | **0** | **1** |
| 12 | **01011** | **10** | **2** | **011** | **3** | **-1** | **1** |
| 13 | **01100** | **11** | **3** | **000** | **0** | **3** | **0** |
| 14 | **01101** | **11** | **3** | **001** | **1** | **2** | **0** |
| 15 | **01110** | **11** | **3** | **010** | **2** | **1** | **0** |
| 16 | **01111** | **11** | **3** | **011** | **3** | **0** | **1** |
| 17 | **10000** | **00** | **0** | **100** | **4** | **-4** | **1** |
| 18 | **10001** | **00** | **0** | **101** | **5** | **-5** | **0** |
| 19 | **10010** | **00** | **0** | **110** | **6** | **-6** | **0** |
| 20 | **10011** | **00** | **0** | **111** | **7** | **-7** | **0** |
| 21 | **10100** | **01** | **1** | **100** | **4** | **-3** | **d** |
| 22 | **10101** | **01** | **1** | **101** | **5** | **-4** | **1** |
| 23 | **10110** | **01** | **1** | **110** | **6** | **-5** | **0** |
| 24 | **10111** | **01** | **1** | **111** | **7** | **-6** | **0** |
| 25 | **11000** | **10** | **2** | **100** | **4** | **-2** | **1** |
| 26 | **11001** | **10** | **2** | **101** | **5** | **-3** | **1** |
| 27 | **11010** | **10** | **2** | **110** | **6** | **-4** | **1** |
| 28 | **11011** | **10** | **2** | **111** | **7** | **-5** | **0** |
| 29 | **11100** | **11** | **3** | **100** | **4** | **-1** | **1** |
| 30 | **11101** | **11** | **3** | **101** | **5** | **-2** | **1** |
| 31 | **11110** | **11** | **3** | **110** | **6** | **-3** | **d** |
| 32 | **11111** | **11** | **3** | **111** | **7** | **-4** | **1** |

# Представление функции в аналитическом виде

**КДНФ:**

**ККНФ:**

# **Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки**

# Нахождение простых импликант:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ko(ƒ) N(ƒ) | | | K1(ƒ) | | | | K2(ƒ) | | |  | Z(ƒ) | | |
| 1 | 00000 | \* | 1 | 0000X | 1-2 | \* | 1 | 000XX | 1-6 |  | 1 | X0000 |
| 2 | 00001 | \* | 2 | 000X0 | 1-3 | \* | 2 | 00XX1 | 4-11 |  | 2 | X0101 |
| 3 | 00010 | \* | 3 | X0000 | 1-11 |  | 3 | 00X1X | 6-13 |  | 3 | X1010 |
| 4 | 00011 | \* | 4 | 000X1 | 2-4 | \* | 4 | 0X01X | 6-15 |  | 4 | X1111 |
| 5 | 00100 | \* | 5 | 00X01 | 2-5 | \* | 5 | 0XX11 | 9-17 |  | 5 | 000XX |
| 6 | 00101 | \* | 6 | 0001X | 3-4 | \* | 6 | 1XX00 | 19-26 |  | 6 | 00XX1 |
| 7 | 00110 | \* | 7 | 00X10 | 3-6 | \* | 7 | 1X10X | 21-29 |  | 7 | 00X1X |
| 8 | 00111 | \* | 8 | 0X010 | 3-8 | \* | 8 | 11X0X | 24-29 |  | 8 | 0X01X |
| 9 | 01000 | \* | 9 | 00X11 | 4-7 | \* | 9 | 11XX0 | 25-30 |  | 9 | 0XX11 |
| 10 | 01001 | \* | 10 | 0X011 | 4-9 | \* | 10 | 111XX | 29-32 |  | 10 | 1XX00 |
| 11 | 01100 | \* | 11 | 001X1 | 5-7 | \* |  |  |  |  | 11 | 1X10X |
| 12 | 10111 | \* | 12 | X0101 | 5-13 |  |  |  |  |  | 12 | 11X0X |
| 13 | 11010 | \* | 13 | 0011X | 6-7 | \* |  |  |  |  | 13 | 11XX0 |
| 14 | 11011 | \* | 14 | 0X111 | 7-10 | \* |  |  |  |  | 14 | 111XX |
| 15 | 11101 | \* | 15 | 0101X | 8-9 | \* |  |  |  |  |  |  |
| 16 | 11110 | \* | 16 | X1010 | 8-16 |  |  |  |  |  |  |  |
| 17 | 11111 | \* | 17 | 01X11 | 9-10 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 18 | X1111 | 10-20 |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 19 | 10X00 | 11-12 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 20 | 1X000 | 11-14 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 21 | 1010X | 12-13 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 22 | 1X100 | 12-17 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 23 | 1X101 | 13-18 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 24 | 1100X | 14-15 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 25 | 110X0 | 14-16 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 26 | 11X00 | 14-17 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 27 | 11X01 | 15-18 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 28 | 11X10 | 16-19 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 29 | 1110X | 17-18 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 30 | 111X0 | 17-19 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 31 | 111X1 | 18-20 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 32 | 1111X | 19-20 | \* |  |  |  |  |  |  |

# Составление импликантной таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 00000 | 00001 | 00010 | 00011 | 00101 | 00110 | 00111 | 01010 | 01011 | 01111 | 10000 | 10101 | 11000 | 11001 | 11010 | 11100 | 11101 | 11111 |
| X0000 | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |
| X0101 |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |
| X1010 |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |
| X1111 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |  | \* |
| 000XX | \* | \* | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 00XX1 |  | \* |  | \* | \* |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 00X1X |  |  | \* | \* |  | (\*) | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0X01X |  |  | \* | \* |  |  |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0XX11 |  |  |  | \* |  |  | \* |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1XX00 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  | \* |  |  | \* |  |  |
| 1X10X |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  | \* | \* |  |
| 11X0X |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* | (\*) |  | \* | \* |  |
| 11XX0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  | \* | \* |  |  |
| 111XX |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* | \* | \* |

Импликанты 7 и 12 – существенные, т.к покрывают вершины 6 и 14, которые не покрывают ни одни другие импликанты. Вычеркнем из таблицы соответствующие импликантам строки, а также покрываемые ими столбцы. Импликант 1, не покрывающий ни одной вершины, также вычёркивается. В результате получаем упрощенную импликантную таблицу [[2.3](#_Определение_существенных_импликант)]

# Определение существенных импликант

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | 0  0  0  0  0 | 0  0  0  0  1 | 0  0  1  0  1 | 0  1  0  1  0 | 0  1  0  1  1 | 0  1  1  1  1 | 1  0  0  0  0 | 1  0  1  0  1 | 1  1  0  1  0 | 1  1  1  1  1 |
| a | b | c | d | e | f | g | h | i | j |
| X0000 | A | \* |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |
| X0101 | B |  |  | \* |  |  |  |  | \* |  |  |
| X1010 | C |  |  |  | \* |  |  |  |  | \* |  |
| X1111 | D |  |  |  |  |  | \* |  |  |  | \* |
| 000XX | E | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 00XX1 | F |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |
| 0X01X | G |  |  |  | \* | \* |  |  |  |  |  |
| 0XX11 | H |  |  |  |  | \* | \* |  |  |  |  |
| 1XX00 | I |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |
| 1X10X | J |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |
| 11XX0 | K |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |
| 111XX | L |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |

Множество существенных импликант образует ядро покрытия как его обязательную часть:

# Определение минимального покрытия. Метод Петрика

Выпишем булево выражение Y, определяющее условие покрытия всех существенных вершин, не покрываемых существенными импликантами, в соответствии с таблицей

=28, =36 =27, =35 =27, =35

=26, =34 =28, =36 =27, =35

=27, =35 =26, =34 =28, =36

=27, =35 =28, =36 =27, =35

=27, =35 =26, =34 =27, =35

=26, =34 =28, =37 =28, =37

=29, =38 =,29 =38 =29, =38

=28, =37 =,29 =38 =28, =37

=30, =40

Этому покрытию соответствует МДНФ следующего вида:

Можно отметить, что число букв (аргументов булевой функции и их отрицаний) в МДНФ совпадает с ценой покрытия , а суммарное число букв и число термов совпадает с ценой покрытия

# Нахождение простых имплицент

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ko(ƒ) N(ƒ) | | | K1(ƒ) | | | | K2(ƒ) | | |  | Z(ƒ) | | |
| 1 | 00100 | \* | 1 | 0X100 | 1-4 |  | 1 | 01X0X | 3-6 |  | 1 | 0X100 |
| 2 | 01000 | \* | 2 | X0100 | 1-10 |  | 2 | 10X1X | 10-15 |  | 2 | X0100 |
| 3 | 01001 | \* | 3 | 0100X | 2-3 | \* |  |  |  |  | 3 | 011X0 |
| 4 | 01100 | \* | 4 | 01X00 | 2-4 | \* |  |  |  |  | 4 | X1110 |
| 5 | 01101 | \* | 5 | 01X01 | 3-5 | \* |  |  |  |  | 5 | 100X1 |
| 6 | 01110 | \* | 6 | 0110X | 4-5 | \* |  |  |  |  | 6 | 1X011 |
| 7 | 10001 | \* | 7 | 011X0 | 4-6 |  |  |  |  |  | 7 | 101X0 |
| 8 | 10010 | \* | 8 | X1110 | 6-14 |  |  |  |  |  | 8 | 1X110 |
| 9 | 10011 | \* | 9 | 100X1 | 7-9 |  |  |  |  |  | 9 | 01X0X |
| 10 | 10100 | \* | 10 | 1001X | 8-9 | \* |  |  |  |  | 10 | 10X1X |
| 11 | 10110 | \* | 11 | 10X10 | 8-11 | \* |  |  |  |  |  |  |
| 12 | 10111 | \* | 12 | 10X11 | 9-12 | \* |  |  |  |  |  |  |
| 13 | 11011 | \* | 13 | 1X011 | 9-13 |  |  |  |  |  |  |  |
| 14 | 11110 | \* | 14 | 101X0 | 10-11 |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 15 | 1011X | 11-12 | \* |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 16 | 1X110 | 11-14 |  |  |  |  |  |  |  |

# Составление имплицентной таблицы

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 00100 | 01000 | 01001 | 01100 | 01101 | 01110 | 10001 | 10010 | 10011 | 10110 | 10111 | 11011 |
| 0X100 | \* |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |
| X0100 | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 011X0 |  |  |  | \* |  | \* |  |  |  |  |  |  |
| X1110 |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |
| 100X1 |  |  |  |  |  |  | (\*) |  | \* |  |  |  |
| 1X011 |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  | (\*) |
| 101X0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |
| 1X110 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |
| 01X0X |  | (\*) | (\*) | \* | (\*) |  |  |  |  |  |  |  |
| 10X1X |  |  |  |  |  |  |  | (\*) | \* | \* | (\*) |  |

Имплиценты 5, 6, 9 и 10 – существенные, т.к покрывают вершины 2, 3, 5, 7, 8, 11 и 12, которые не покрывают ни одни другие имплиценты. Вычеркнем из таблицы соответствующие имплицентам строки, а также покрываемые ими столбцы. В результате получаем упрощенную имплицентную таблицу [[2.7](#_Определение_существенных_имплицент)]

# Определение существенных имплицент

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | 01000 | 01110 |
| a | b |
| 0X100 | A | \* |  |
| X0100 | B | \* |  |
| 011X0 | C |  | \* |
| X1110 | D |  | \* |

Множество существенных имплицент образует ядро покрытия как его обязательную часть:

Выпишем булево выражение Y, определяющее условие покрытия всех существенных вершин, не покрываемых существенными импликантами, в соответствии с таблицей

=22, =28 =22, =28 =22, =28 =22, =28

Можно отметить, что число букв (аргументов булевой функции и их отрицаний) в МДНФ совпадает с ценой покрытия , а суммарное число букв и число термов совпадает с ценой покрытия

# **Минимизация булевой функции на картах Карно**

# Определение МДНФ

Для минимизации булевой функции от пяти переменных используем две четырехмерные карты Карно, различающиеся по переменной X1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | X4X5 | | | | |
| X2X3 |  | **00** | **01** | **11** | **10** |
| **00** | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **01** |  | 1 | 1 | 1 |
| **11** |  |  | 1 |  |
| **10** |  |  | 1 | 1 |
| X1 = 0 | | | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | X4X5 | | | | |
| X2X3 |  | **00** | **01** | **11** | **10** |
| **00** | 1 |  |  |  |
| **01** | d | 1 |  |  |
| **11** | 1 | 1 | d | d |
| **10** | 1 | 1 |  | 1 |
| X1 = 1 | | | | |